

## 7. Stepenovanje – vežbe

ZADATAK 1. Izračunaj

$$a) 0,5^{-1} + 0,25^{-2} + 0,125^{-3} + 0,0625^{-4}$$

$$b) 1^{-1} + 2^{-2} + 3^{-3} + (-1)^{-1} + (-2)^{-2} + (-3)^{-3}.$$

Rešenje:

$$\begin{aligned} a) 0,5^{-1} + 0,25^{-2} + 0,125^{-3} + 0,0625^{-4} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-4} = \\ &= 2 + 4^2 + 8^3 + 16^4 = 2 + 16 + 512 + 65536 = 66066 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) 1^{-1} + 2^{-2} + 3^{-3} + (-1)^{-1} + (-2)^{-2} + (-3)^{-3} &= 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{(-1)} + \frac{1}{(-2)^2} + \frac{1}{(-3)^3} = \\ &= 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

ZADATAK 2. Ako je  $a = 5^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$  i  $b = 10^3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$ , nađi  $ab^{-1}$ .

Rešenje:

$$a = 5^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 5^3 \cdot 4^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5^3 \cdot 2^8 \cdot 3^2}{2^2} = 5^3 \cdot 2^6 \cdot 3^2$$

$$b = 10^3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-2} = (2 \cdot 5)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot \frac{3^2}{5^2} = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^2$$

$$b^{-1} = (2^3 \cdot 5 \cdot 3^2)^{-1} = \frac{1}{2^3 \cdot 5 \cdot 3^2}$$

$$ab^{-1} = 5^3 \cdot 2^6 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{2^3 \cdot 5 \cdot 3^2} = 5^2 \cdot 2^3 = 25 \cdot 8 = 200.$$

ZADATAK 3. Odredi A i B ako važi:

$$a) A \cdot 10^{-5} = 0,2 \cdot 0,008$$

$$b) B \cdot 10^{-6} = 0,04 \cdot 0,006.$$

Rešenje:

$$a) A \cdot 10^{-5} = 0,2 \cdot 0,008$$

$$A \cdot 10^{-5} = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 8 \cdot 10^{-3}$$

$$A \cdot 10^{-5} = 16 \cdot 10^{-4}$$

$$A = \frac{16 \cdot 10^{-4}}{10^{-5}}$$

$$A = 16 \cdot 10$$

$$A = 160$$

$$b) B \cdot 10^{-6} = 0,04 \cdot 0,006$$

$$B \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{-6}$$

$$B \cdot 10^{-6} = 24 \cdot 10^{-5}$$

$$B = \frac{24 \cdot 10^{-5}}{10^{-6}}$$

$$B = 24 \cdot 10$$

$$B = 240.$$

ZADATAK 4. Izračunaj  $\left( \frac{3a^{-x}}{1-a^{-x}} - \frac{2a^{-x}}{1+a^{-x}} - \frac{a^x}{a^{2x}-1} \right) : \frac{a^{-x}}{a^x - a^{-x}}.$

Rešenje:

$$\left( \frac{3a^{-x}}{1-a^{-x}} - \frac{2a^{-x}}{1+a^{-x}} - \frac{a^x}{a^{2x}-1} \right) : \frac{a^{-x}}{a^x - a^{-x}} = \left( \frac{\frac{3}{a^x}}{1-\frac{1}{a^x}} - \frac{\frac{2}{a^x}}{1+\frac{1}{a^x}} - \frac{a^x}{a^{2x}-1} \right) \cdot \frac{a^x - \frac{1}{a^x}}{\frac{1}{a^x}} =$$

$$\left( \frac{\frac{3}{a^x}}{\frac{a^x-1}{a^x}} - \frac{\frac{2}{a^x}}{\frac{a^x+1}{a^x}} - \frac{a^x}{a^{2x}-1} \right) \cdot \frac{a^{2x}-1}{\frac{1}{a^x}} = \left( \frac{3}{a^x-1} - \frac{2}{a^x+1} - \frac{a^x}{(a^x)^2-1} \right) \cdot ((a^x)^2-1) =$$

$$\frac{3(a^x+1) - 2(a^x-1) - a^x}{(a^x)^2-1} \cdot ((a^x)^2-1) = 3a^x + 3 - 2a^x + 2 - a^x = 5$$