

30. Pojam kvadratne jednačine i rešavanje nepotpune kvadratne jednačine

Izraz oblika $ax^2 + bx + c = 0$ nazivamo *kvadratni trinom*, pri čemu je $a, b, c \in R$ i $a \neq 0$, jer ako bi bilo $a = 0$ jednačina bi bila linearna, a ne kvadratna. Znači, stalna je pretpostavka da je $a \neq 0$!

a – koeficijent kvadratnog člana

b – koeficijent linearnog člana

c – slobodni član

Primer 1.

- $5x^2 - 3x + 1 \Rightarrow a = 5, b = -3, c = 1$

- $3x - 4x^2 + 2 \Rightarrow a = -4, b = 3, c = 2$

- $4 + 2x - x^2 \Rightarrow a = -1, b = 2, c = 4$

Rešenje kvadratne jednačine je svaka brojna vrednost čijom zamenom umesto x kvadratna jednačina postaje tačna jednakost.

Primer 2. Proveriti da li su $x = 1, x = -1$ ili $x = 3$ rešenja jednačine $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Rešenje:

$1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4 \neq 0$ - nije rešenje;

$(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 3 = 0$ - jeste rešenje;

$3^2 - 2 \cdot 3 - 3 = 0$ - jeste rešenje.

Svaka kvadratna jednačina ima **tačno** dva rešenja!

Potpune kvadratne jednačine su kvadratne jednačine kod kojih su svi koeficijenti različiti od nule, a nepotpune ako su neki od koeficijenata b ili c (ili oba) jednaki nuli.

Primer 3.

a) $3x^2 + 5x - 2 = 0$ je potpuna kvadratna jednačina jer su $a = 3, b = 5, c = -2$.

b) $2x^2 + 9 = 0$ je nepotpuna kvadratna jednačina jer je $b = 0$.

c) $7x^2 - 10x = 0$ je nepotpuna kvadratna jednačina jer je $c = 0$.

d) $x^2 = 0$ je nepotpuna kvadratna jednačina jer je $b = 0, c = 0$.

Rešavanje nepotpune kvadratne jednačine

$$1^\circ \quad ax^2 = 0 \Rightarrow x = 0;$$

$$2^\circ \quad ax^2 + c = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}};$$

Primer 4. $4x^2 - 9 = 0$

$$4x^2 = 9$$

$$x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$x = \pm \frac{3}{2} \quad \text{tj.} \quad x_1 = -\frac{3}{2} \wedge x_2 = \frac{3}{2}.$$

$$3^\circ \quad ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee ax + b = 0) \Rightarrow \left(x = 0 \vee x = -\frac{b}{a} \right);$$

Primer 5. $3x^2 + 4x = 0$

$$x \cdot (3x + 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad 3x + 4 = 0$$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

tj.

$$x_1 = 0 \wedge x_2 = -\frac{4}{3}.$$

ZADATAK 1. Rešiti jednačinu $x^2 + 9 = 0$.

Rešenje: $x^2 + 9 = 0$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm\sqrt{-9} \Rightarrow x = \pm 3i \quad \text{tj.} \quad x_1 = -3i \wedge x_2 = 3i .$$

DOMAĆI ZADATAK: Vene T. Bogoslavov 2 - 416.