

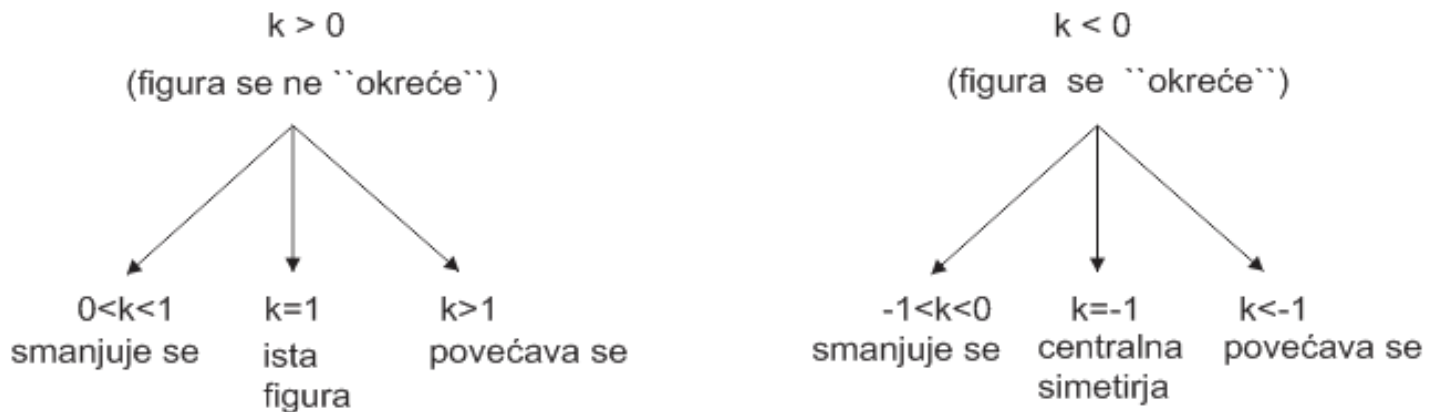
## HOMOTETIJA

Neka je  $O$  data tačka i  $k$  dati broj različit od nule. Preslikavanje  $H_O$  figure  $F$  na figuru  $F_1$ , pri kojem svakoj tački  $M \in F$  odgovara tačka  $M_1 \in F_1$ , takva da je  $\overline{OM_1} = k \cdot \overline{OM}$ , naziva se homotetijom sa centrom  $O$  i koeficijentom  $k$ . Često se zapisuje  $H_O(F) = F_1$  a neki profesori vole i zapis  $H_O^k$ .

U osnovnim zadacima vezanim za homotetiju, profesor mora da nam zada tri stvari:

- Figuricu ( trougao, četvorougao, krug,.....)
- Da nam kaže gde je centar homotetije ( unutar ili van figurice, u temenu, na stranici, itd...)
- Da nam zada koeficijent homotetije  $k$

**Od koeficijenta homotetije  $k$  zavisi šta se dešava sa datom figuricom!**



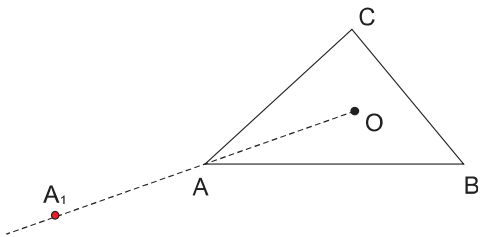
Uradićemo po jedan primer za svaku situaciju da bi bilo jasnije šta se dešava.

Najpre situacija kad je  $k > 0$ .

### **Primer 1.**

Proizvoljan trougao  $ABC$  preslikati homotetijom, ako je koeficijent homotetije  $k=2$  a centar homotetije je unutar trougla.

Rešenje:



Nacrtali smo proizvoljan trougao ABC i uzeli tačku O ( centar homotetije ) unutar trougla.

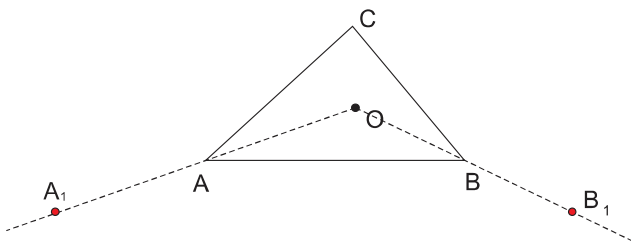
Spojimo tačku A i centar homotetije O i produžimo malo preko tačke A.

Ovo rastojanje OA nam je kao jedinična duž!

U otvor šestara uzmemo OA i prenesemo iz centra O dva puta jer kaže u zadatku da nam je  $k=2$ .

Dobili smo tačku  $A_1$ .

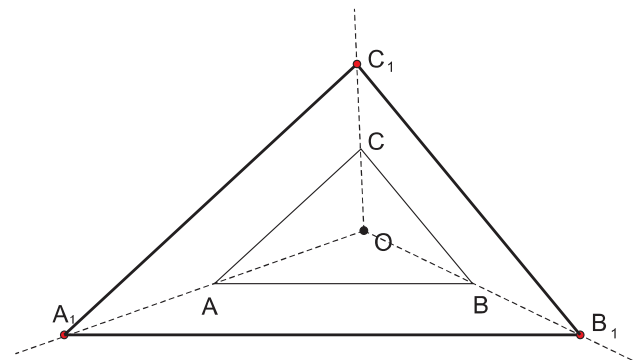
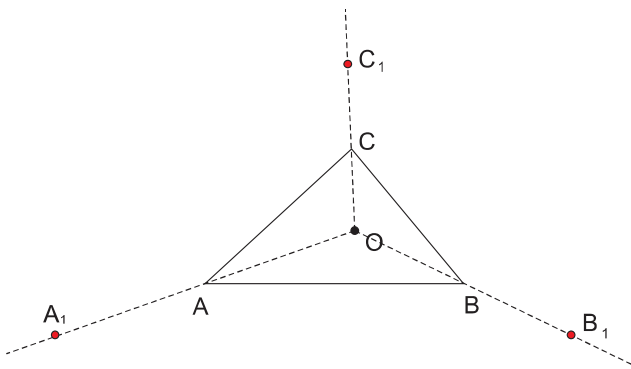
Sad isti postupak radimo i za tačku B.



Spojimo O i B i produžimo malo preko B , dobijina duž OB nam je kao jedinična.

Uzmemo u otvor šestara OB i nanesimo dva puta iz O. Dobili smo tačku  $B_1$ .

I još da ponovimo postupak iz tačke C.



Dakle, spojimo OC i produžimo malo. OC nam je kao jedinična duž koju dva puta nanesimo iz O.

Dobili smo tačku  $C_1$ .

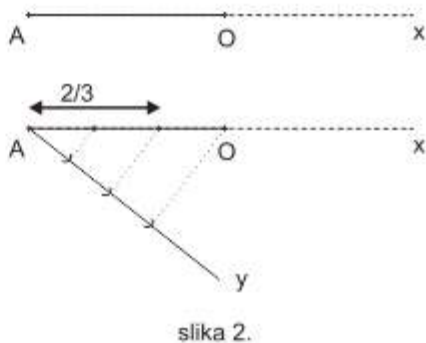
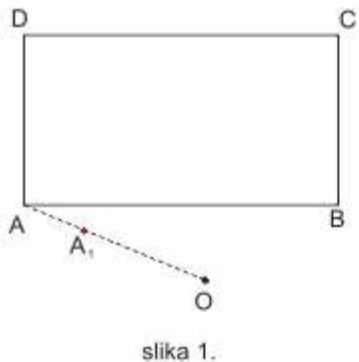
Sad spojimo  $A_1, B_1, C_1$  i dobili smo rešenje zadatka.

Kako je  $k=2 > 0$  figura se povećala i nije se ``okrenula``.

## Primer 2.

Pravougaonik ABCD preslikati homotetijom, ako je koeficijent homotetije  $k=2/3$  a centar homotetije je van pravougaonika.

Rešenje:



Na slici 1. smo nacrtali pravougaonik ABCD i tačku O kao centar homotetije.

Spojimo centar homotetije sa tačkom A, dobijamo duž AO. Kako je  $k=2/3$  moramo naći  $2/3$  duži AO. Na slici 2. ćemo se podsetiti postupka za podelu duži:

Nacrtamo polupravu Ax i na njoj šestarom prebacimo dužinu AO.

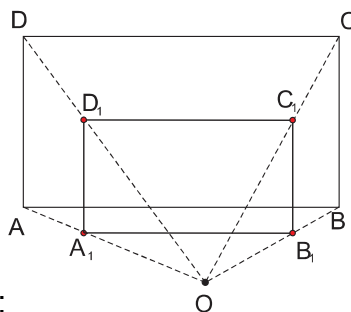
Povučemo polupravu Ay proizvoljno.

Uzmemo proizvoljan otvor šestara i nanesimo 3 jednake duži na polupravoj Ay.

Spojimo kraj zadnje duži i tačku O a zatim paralelno ulevo nanesimo još dve duži ( isprekidano).

Na ovaj način smo AO podelili na 3 jednaka dela.

Uzmemo  $2/3$  ove duži u otvor šestara i nanesimo iz tačke O. Dobili smo tačku  $A_1$ .



Sad sve ovo ponovimo za B,C i D i dobijamo:

Kako je  $k = 2 / 3 > 0$  figura se smanjila i nije se ``okrenula``.

**Situacija u kojoj je  $k=1$  nije zanimljiva, jer imamo identičko preslikavanje (koincidenciju) gde je data figurica odmah i rešenje.**

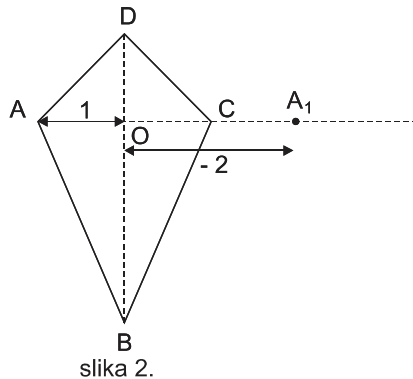
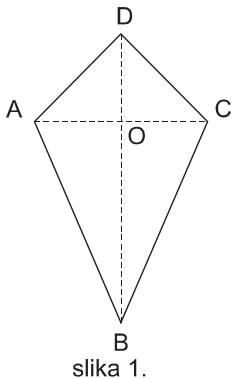
Da vidimo šta se dešava kada je  $k < 0$ .

**Primer 3.**

Deltoid ABCD preslikati homotetijom, ako je koeficijent homotetije  $k = -2$  a centar homotetije je u preseku dijagonala deltoida.

Rešenje:

Sada znamo da će deltoid da se uveća a slika će da se "okrene".



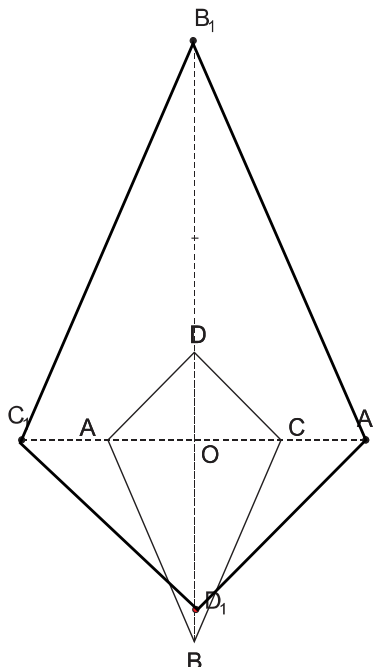
Na slici 1. smo nacrtali deltoid i našli presek dijagonala.

Na slici 2. opisujemo postupak za nalaženje tačke A<sub>1</sub>.

Pošto nam je  $k$  negativno produžimo AO ali sada na strani gde je centar homotetije O.

U otvor šestara uzmemo dužinu AO i iz O nanesimo 2 puta (to je ustvari sad  $-2$ ) i dobijemo traženu tačku A<sub>1</sub>.

Isti postupak primenimo i za ostala temena deltoida:

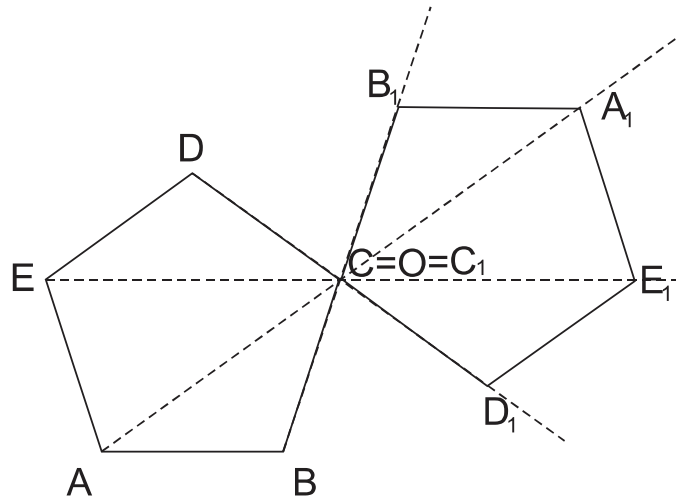


**Primer 4.**

Proizvoljan petougao ABCDE preslikaj homotetijom ako je centar homotetije u temenu C, a koeficijent homotetije je  $k = -1$ .

Rešenje:

Ovde se ustvari radi o centralnoj simetriji ( simetriji u odnosu na tačku O ).

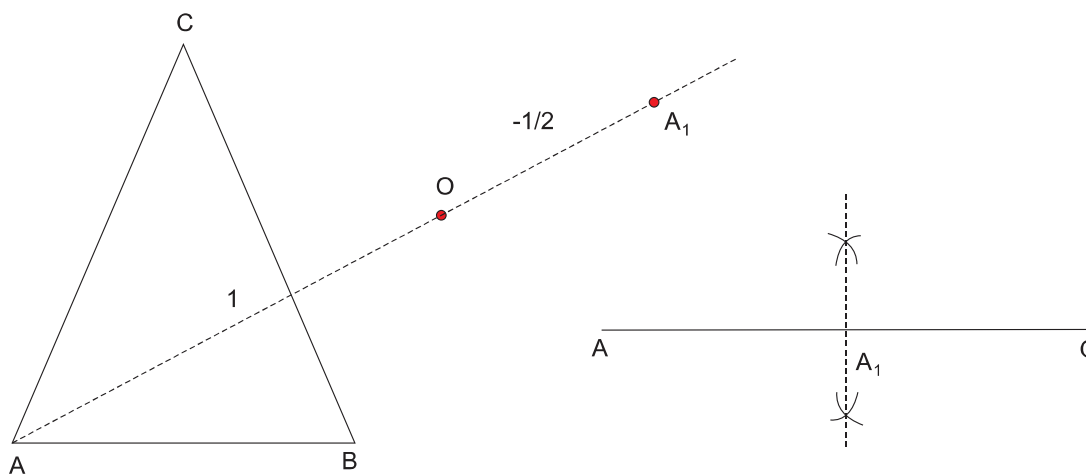


Pošto se centar homotetije O poklapa sa temenom C biće  $C = O = C_1$ .

**Primer 5.**

Jednakokraki trougao ABC preslikaj homotetijom ako je centar homotetije van trougla a koeficijent homotetije je  $k = -\frac{1}{2}$ .

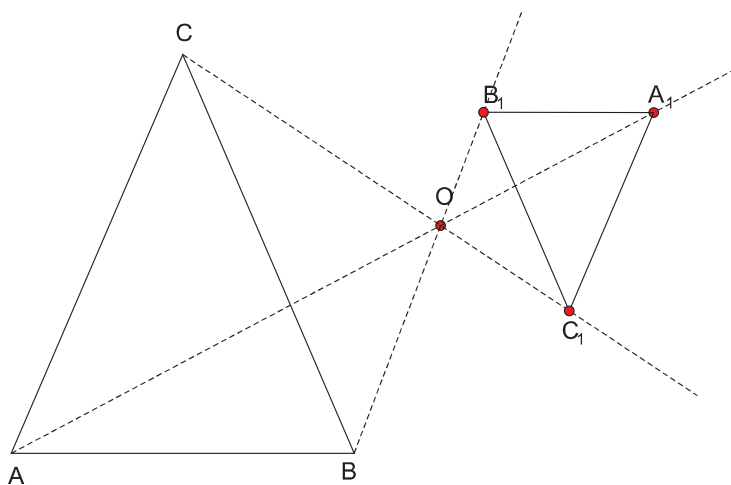
Rešenje:



Nacrtali smo jednakokraki trougao ABC i tačku O ( centar homotetije ) van trougla.

Duž AO nam je 1, a nama treba  $\frac{1}{2}$  pa smo duž podelili na dva dela ( sada je lakše preko simetrale)

Isti postupak radimo za tačke B i C.



Iz datih primera možemo zaključiti:

Homotetija održava kolinearnost, raspored tačaka, paralelnost i jednakost uglova, ali NE i jednakost duži!

[www.matematiranje.in.rs](http://www.matematiranje.in.rs)