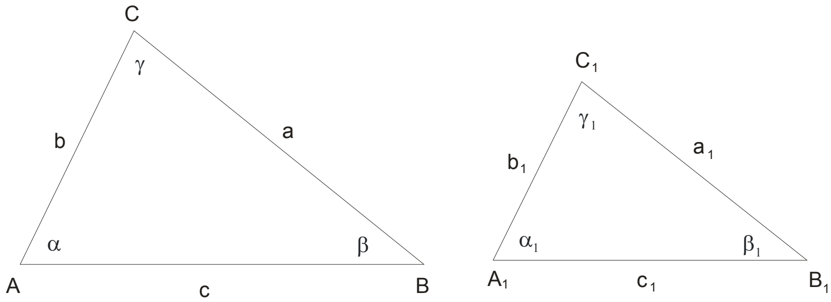
Za utvrđivanje <u>sličnosti trouglova</u> koristimo četiri stava:



I stav

Dva trougla ABC i $A_1B_1C_1$ su slična ako i samo ako je jedan par stranica jednog trougla proporcionalan paru stranica drugog, a uglovi zahvaćeni ovim stranicama jednaki su među sobom.

II stav

Trouglovi ABC i $A_1B_1C_1$ su slični ako i samo ako su dva ugla jednog trougla jednaka sa dva odgovarajuća ugla drugog.

III stav

Trouglovi ABC i $A_1B_1C_1$ su slični ako i samo ako su im sve odgovarajuće stranice proporcionalne.

IV stav

Dva trougla ABC i $A_1B_1C_1$ su slična ako i samo ako su dve stranice jednog trougla proporcionalne odgovarajućim stranicama drugog , uglovi naspram dveju od tih odgovarajućih stranica jednaki, a naspram drugih dveju odgovarajućih stranica su oba ugla oštra , oba prava ili oba tupa.

U zadacima , pošto zaključimo da su neka dva trougla slična, primenjujemo :

$$a : a_1 = b : b_1 = c : c_1 = O : O_1 = k$$

Naravno :

$O = a + b + c$ je obim prvog trougla a

$O_1 = a_1 + b_1 + c_1$ je obim drugog trougla

***k* je koeficijent sličnosti**

Ovu gornju jednakost možemo zapisati i sa : $a : b : c = a_1 : b_1 : c_1$

Vrlo lako možemo zaključiti da važe i sledeće proporcionalnosti:

$$a : a_1 = t_a : t_{a_1} = h_a : h_{a_1}$$
$$b : b_1 = t_b : t_{b_1} = h_b : h_{b_1}$$
$$c : c_1 = t_c : t_{c_1} = h_c : h_{c_1}$$
$$P : P_1 = a^2 : a_1^2 = b^2 : b_1^2 = c^2 : c_1^2$$

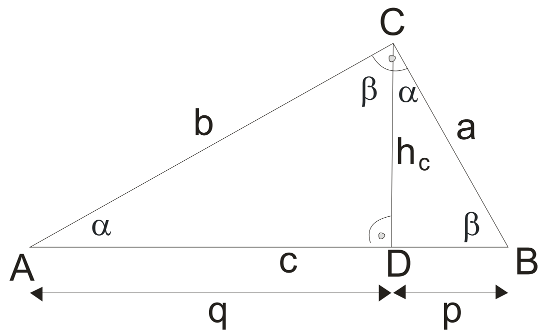
Naravno ovde su :

t- težišne duži, h – visine i P – površine sličnih trouglova.

Primena sličnosti na pravougli trougao

Nacrtajmo jedan pravougli trougao sa standardnim obeležavanjima:

a,b su katete
c je hipotenuza
h_c je hipotenuzina visina
p i q su odsečci na hipotenuzi koje pravi visina h_c



Hipotenuzina visina CD deli trougao ABC na dva pravougla trougla : ADC i BDC. Možemo uočiti da sva tri pravougla

trougla imaju iste uglove α, β i $\gamma = 90^0$, pa su medjusobno **slični**.

Iz njihove sličnosti proizilazi proporcionalnost odgovarajućih stranica koja može da se formuliše kao :

i) **Hipotenuzina visina je geometrijska sredina odsečaka koje sama odseca na hipotenuzi, to jest** $\boxed{h_c = \sqrt{p \cdot q}}$

ii) **Kateta je geometrijska sredina hipotenuze i bližeg odsečka hipotenuze, to jest** $\boxed{a = \sqrt{c \cdot p}}$ i $\boxed{b = \sqrt{c \cdot q}}$
(ovo je Euklidov stav)

iii) Trougao ABC je pravougli ako i samo ako je $\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$ **(ovo je Pitagorina teorema)**

Dakle, sad za pravougli trougao znamo sledeće formule:

$a^2 + b^2 = c^2$

$p + q = c$

$h_c = \sqrt{p \cdot q} \rightarrow h_c^2 = p \cdot q$

$a = \sqrt{c \cdot p} \rightarrow a^2 = c \cdot p$

$b = \sqrt{c \cdot q} \rightarrow b^2 = c \cdot q$

$h_c^2 + p^2 = a^2$

$h_c^2 + q^2 = b^2$

$O = a + b + c \rightarrow obim$

$P = \dfrac{a \cdot b}{2}$ ili $P = \dfrac{c \cdot h_c}{2} \rightarrow$ površina

$h_c = \dfrac{a \cdot b}{c} \rightarrow$ hipotenuzina visina

$R = \dfrac{c}{2} = t_c \rightarrow$ poluprečnik opisane kružnice koji se nalazi na sredini hipotenuze

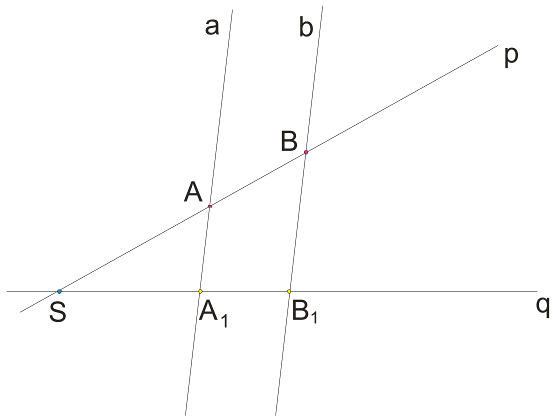
$r = \dfrac{a + b - c}{2} \rightarrow$ poluprečnik upisane kružnice

Talesova teorema

Ako paralelne prave a i b presecaju pravu p u tačkama A i B, a pravu q u tačkama A_1 i B_1, i ako je S zajednička tačka pravih p i q, tada važi:

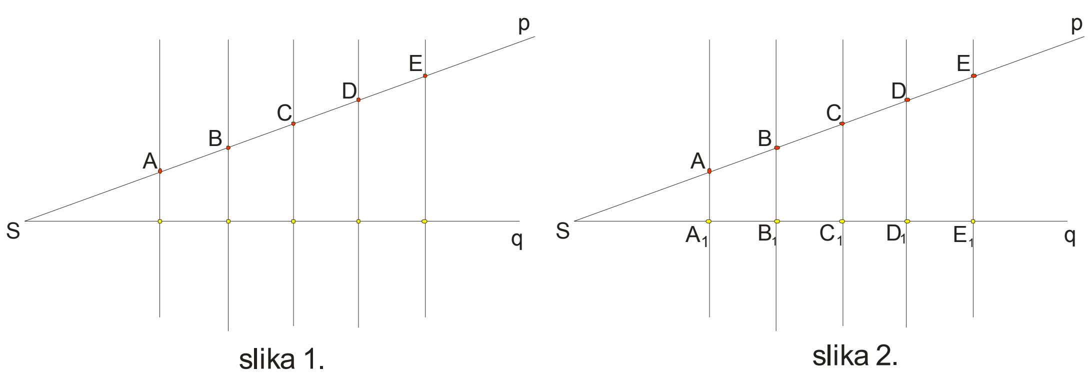
$$\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{SA}{SB} = \frac{SA_1}{SB_1}$$

Na slici bi to izgledalo ovako:



Na osnosu Talesove teoreme možemo izvući jedan važan zaključak:

Ako dve proizvoljne prave p i q preseca niz paralelnih pravih, tako da su odsečci na jednoj pravoj jednaki među sobom, onda su i odsečci na drugoj pravoj međusobno jednaki:



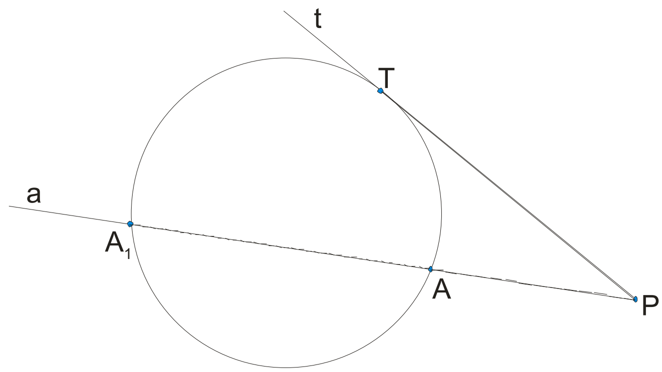
Na **slici 1**. imamo niz paralelnih pravih koje prave jednake odsečke na Sp, to jest $AB = BC = CD = DE$. Onda su i odsečci, po Talesovoj teoremi, na Sq takodje jednaki : $A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = D_1E_1$ (**slika 2.**)

Primena sličnosti na krug

Ako je K dati krug i P data tačka u ravni tog kruga, tada proizvod odsečaka koje krug K odredjuje na bilo kojoj sečici povučenoj iz tačke P , ima konstantnu vrednost.

Najčešće se uvodi oznaka $p^2 = PA \cdot PA_1$ a ovaj konstantan proizvod nazivamo **potencijom tačke P** u odnosu na krug K.

Ako se tačka P nalazi van kruga , zanimljivo je posmatrati situaciju kad iz tačke P postavimo tangentu na krug i sečicu kruga:



Ovde bi važilo: $PT \cdot PT = PA \cdot PA_1 \rightarrow \boxed{PT^2 = PA \cdot PA_1}$, odnosno rečima bi rekli:

Potencija tačke P u odnosu na krug K jednaka je kvadratu odgovarajuće tangentne duži!

Najzanimljivija stvar vezana za ovo je takozvani **zlatni presek.**

Ako je neka duž AB podeljena tačkom C tako da je veći odsečak geometrijska sredina duži AB i manjeg odsečka, to jest ako važi : $AC = \sqrt{AB \cdot BC} \rightarrow \boxed{AC : AB = BC : AC}$ **tada kažemo da smo izvršili zlatni presek duži AB.**

www.matematiranje.in.rs